

SCHEMA DE BERNOULLI

1 DEFINITIONS

Une **épreuve de BERNOULLI** est une expérience aléatoire a deux issues possibles, un Succès et un Echec ., p est la probabilité de succès et q celle de l'échec.

|Un **schéma de BERNOULLI** est une expérience aléatoire composée par la répétition de plusieurs épreuves de BERNOULLI identiques, la probabilité de succès p restant la même d'une épreuve à l'autre.

2-EXEMPLE DE CALCUL

On lance un de cubique bien équilibre. Soit le résultat est un multiple de 3, soit il ne l'est pas. On considère alors les événements
S: obtenir un multiple de 3 et E: obtenir 1, 2, 4 ou 5.,.

Comme le de est bien équilibre, il y a équiprobabilité pour chaque face;
d'ou:

$$p = \frac{1}{3} \text{ et } q = 1 - p = \frac{2}{3}$$

On lance le de 4 fois de suite. A chaque lancer, la probabilité de succès p reste la même. ;.

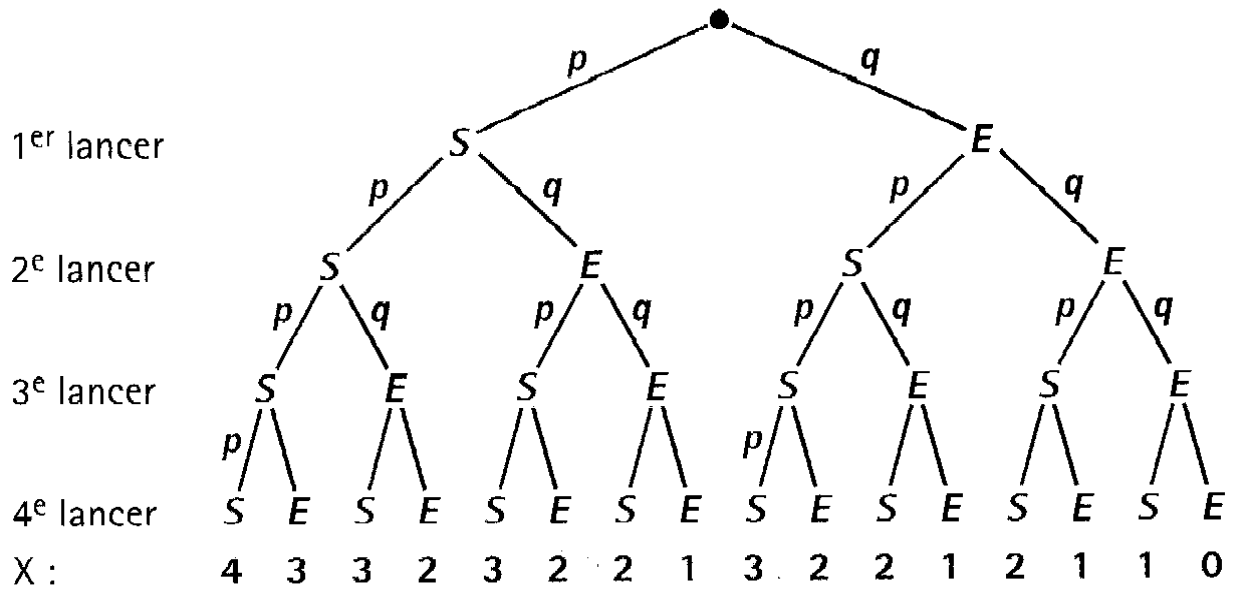
Ce quadruple lancer est donc un schéma de BERNOULLI, que l'on peut représenter par un arbre pondéré

Les 16 résultats possibles correspondent aux extrémités calculées par produit des pondérations des branches.

Par exemple, le résultat de la deuxième extrémité est l'aboutissement de 3 succès et 1 échec; donc la probabilité correspondante est : $p^3 q$

D'après l'arbre, il y a ainsi 4 résultats donnant 3 succès et un échec.

Si X est la variable aléatoire désignant le nombre de succès au cours des 4 lancers, par addition des probabilités événements élémentaires, on obtient:
 $p(X=4) = p^4$; $p(X=3) = 4 p^3 q$; $p(X=2) = 6 p^2 q^2$; $p(X=1) = 4 p^3 q$ $p(X=0) = q^4$

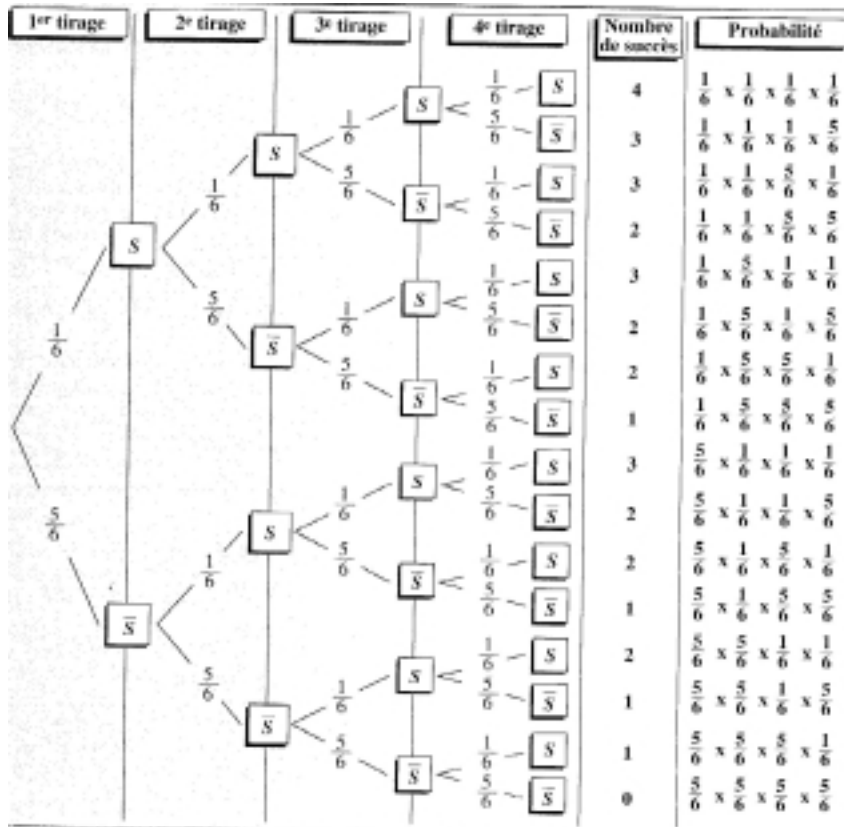


3 EXEMPLE

Dans un chapeau se trouvent douze cartons portant chacun une des douze lettres du mot MATHEMATIQUE.

On tire successivement avec remise quatre cartons du chapeau et on note alors X le nombre de «T» tires.

Calculez $P(X = 1)$, $P(X > 2)$ et $p(1 \leq X \leq 3)$



A Considérons épreuve suivante: on tire 1 carton du chapeau. On appelle succès l'événement $S =$ «on tire la lettre T», il y a 2 «T» parmi les 12 lettres, donc $p = P(S) = 2/12=1/6$

On appelle échec l'événement contraire \bar{S} . Sa probabilité est $q = 1 - P = 10/12=5/6$.

Répétons quatre fois cette épreuve de façon indépendante. C'est la répétition d'une épreuve de Bernoulli.

X est le nombre de succès. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 2/12$

Construisons un arbre pour déterminer la loi de probabilité de X (voir page ci-contre).

Calculer $p(x=0)$

$P(x=1)$ etc. ...

Répondre à la question

4 EXERCICES

On lance deux fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée et on note X le nombre de « pile ».

Déterminez la loi de probabilité de X , son espérance mathématique et sa variance.

On lance deux fois de suite un dé non pipé et on note X le nombre de résultats multiples de 3. Déterminez la loi de probabilité de X , son espérance mathématique et sa variance.

On tire deux cartes avec remise dans un jeu de 32 cartes et on note X le nombre de cœurs tirés. Déterminez la loi de probabilité de X , son espérance mathématique et sa variance.

On place dans un chapeau 9 cartons identiques portant chacun une des 9 lettres du mot BERNOULLI. On tire successivement avec remise, quatre cartons du chapeau. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 1 voyelle ?

On place 9 jetons numérotés de 1 à 9 dans un sac. On tire successivement et avec remise trois jetons du sac. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois un nombre multiple de 4 ?

Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois un nombre pair ?

Quelle est la probabilité de ne jamais obtenir le chiffre 1 ?

Une urne contient 4 boules rouges et n boules blanches. On tire successivement avec remise quatre boules de l'urne et on note X le nombre de boules rouges tirées. Calculez $P(X=3)$.

Quatre jours de suite le professeur d'histoire choisit un élève au hasard pour ranger le rétroprojecteur. 55% des élèves de la classe sont des filles. On note X le nombre de filles qui ont rangé le rétroprojecteur au bout des quatre jours. Déterminez la loi de probabilité de X et son espérance mathématique. Quelle est la probabilité pour que X soit strictement supérieur à 2 ?